

РЕОПТИМИЗАЦИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Тиханович Т.В., Хаджинова Н.В.

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Научный руководитель: Ревотюк М.П., к.т.н., доцент

e-mail: rmp@bsuir.by

Аннотация — Рассмотрена задача быстрого решения последовательности классических транспортных задач с ограничениями на пропускную способность коммуникаций. В случае незначительного изменения исходных данных наследование результатов решения предшествующих задач позволяет существенно снизить время получения очередного решения. Предложен рекуррентный алгоритм реоптимизации, базирующийся на методе потенциалов.

Ключевые слова: транспортная задача, метод потенциалов, реоптимизация

Решение реальных задач транспортного типа часто связано с необходимостью пересмотра результата оптимизации для нового варианта исходных данных классических транспортных задач Хичкока [1]:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \left| \begin{array}{l} \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = \overline{1, m}; \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \end{array} \right. \right\} \quad (1)$$

Оценки вычислительной сложности их решения полиномиальны и зависят от реализации. Например, лучшие из них имеют вид от $O(n^2 m \log n + n^2 \log^2 n)$ до $O(nm^2 \log^2 n)$ [1,2]. Отсюда следует, что для независимых транспортных задач проблему выбора метода решения можно считать исчерпанной. Однако для последовательно порождаемых подзадач в задачах комбинаторного типа или в случае интерактивной работы над транспортными проблемами, когда требуется оперативность формирования оценки решения, практический интерес представляет дальнейшее снижение даже полиномиальной вычислительной сложности.

Предмет рассмотрения – алгоритм реоптимизации решения задачи (1), когда учитывается информация об оптимальном решении в предшествующей задаче. Предлагается построить такой алгоритм путем модификации алгоритма метода потенциалов [2], сокращая путь до цели в пространстве состояний рекуррентного процесса поиска оптимума в задаче (1).

Метод потенциалов основан на переходе от задачи (1) к двойственной задаче

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^m a_i u_i + \sum_{j=1}^n b_j v_j \left| \begin{array}{l} c_{ij} - u_i - v_j \geq 0, \\ i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \end{array} \right. \right\}. \quad (2)$$

Здесь потенциалы строк ($u_i, i = \overline{1, m}$) и столбцов

($v_j, j = \overline{1, n}$) соответствуют формальной записи [1]

двойственной задачи для задачи (1), но для удобства реализации алгоритма будем использовать вариант записи с инверсией знака потенциалов строк.

Для элементов любого допустимого плана перевозок $P = \{(i, j) | (x_{ij} > 0), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}\}$ на всех этапах процедуры метода потенциалов должны выполняться необходимые условия оптимальности

$$P^k = \left\{ (i, j) | (v_j^k - u_i^k = c_{ij}) \wedge (x_{ij}^k > 0), \right. \\ \left. i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \right\}, \\ |P^k| = m + n - 1. \quad (3)$$

Здесь и далее верхний индекс соответствует номеру этапа поиска решения, когда изменяются потенциалы строк и столбцов, а также элементы матрицы корреспонденций.

Для элементов с нулевыми корреспонденциями, не входящими в план перевозок, должно выполняться достаточное условие оптимальности

$$\overline{P^k} = \left\{ (i, j) | (v_j^k - u_i^k \leq c_{ij}) \wedge (x_{ij}^k = 0), \right. \\ \left. i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \right\}, \\ |\overline{P^k}| = mn - m - n + 1. \quad (4)$$

Процесс поиска оптимального плана строится на решении системы $m + n - 1$ уравнений относительно $m + n$ неизвестных потенциалов строк и столбцов

$$\{v_j^k - u_i^k = c_{ij}, (i, j) \in P^k\}. \quad (5)$$

Такая система может быть решена фиксацией одного из потенциалов, например, $v_l^k = 0, l \in \overline{1, n}$ или $u_l^k = 0, l \in \overline{1, m}$.

Сохраняя значения потенциалов от задачи к задаче, в [1] построена разностная схема алгоритма реоптимизации транспортных задач (1). Учитывая связь процесса коррекции плана со структурой системы (5), предлагается расширить такую схему на случай задач с ограничениями на пропускную способность, когда $x_{ij} \leq d_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$. Для этого необходимо лишь уточнить правило пересчета плана перевозок, ограничивая значения корреспонденций $x_{ij}^k = \min(x_{ij}^{k-1}, d_{ij}^k), (i, j) \in P^k$.

Таким образом, реоптимизация транспортных задач с ограничением на пропускную способность не требует полного пересчета, если наследовать значения потенциалов предыдущего расчета и продолжить анализ необходимых условий оптимальности.

[1] Ревотюк, М.П. Реоптимизация решения транспортных задач Хичкока методом потенциалов/М.П.Ревотюк, П.М.Батура, А.М.Полоневич. – Доклады Белорусского Государственного университета Информатики и Радиоэлектроники, № 7(53), 2010. – С. 89-96

[2] Brenner U. A faster polynomial algorithm for the unbalanced Hitchcock transportation problem//Operations Research Letters, vol. 36(4), 2008. – pp. 408-413.